

Отзыв официального оппонента
на диссертационную работу Машкова Евгения Юрьевича
«Дифференциальные уравнения леонтьевского типа со случайными
возмущениями», представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02. –
Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление.

Под дифференциальным уравнением леонтьевского типа понимается алгебро-дифференциальная система вида

$$\frac{dL(t)x(t)}{dt} = M(t)x(t) + f(t), 0 \leq t \leq T,$$

с прямоугольными матрицами $L(t)$ и $M(t)$, причем в случае с квадратными матрицами $L(t)$ вырождена для всех $t \in [0, T]$. Интерес к дифференциальным уравнениями леонтьевского типа стимулируется проблемами математического моделирования в прикладных областях, в частности в теории электронных схем и электрических цепей, механике, химической кинетике, гидродинамике и теплотехнике. Исследованиями уравнений леонтьевского типа занимались и занимают многие математики, в частности Ю.Е. Бояринцев, Г.В. Демиденко, С.В. Успенский, К. Сенди, А.Л. Шестаков, Г.А. Свиридчук, В.Ф. Чистяков, А.В. Келлер, S.L. Campbell, W.C. Rheinboldt и другие.

Для более подробного изучения указанных выше задач и их решений нужно учитывать помехи, которые обычно интерпретируются случайными возмущениями типа белого шума $\dot{w}(t)$. То есть является естественным переход к дифференциальному уравнению леонтьевского типа со случайными возмущениями

$$dL(t)x(t) = M(t)x(t)dt + f(t)dt + dw(t).$$

Для исследования этого класса уравнений необходимо применять производные достаточно высоких порядков от свободных членов. Напомним, что «производные» винеровского процесса существуют только в терминах обобщенных функций. Таким образом, для исследования данного класса уравнений не удастся применить подход Ито – Стратоновича – Скорохода, который не предполагает использования производных от свободных членов. Автором диссертации разработан новый подход для изучения дифференциальных уравнений леонтьевского типа со случайными возмущениями, суть которого заключается в замене обобщенных производных винеровского процесса на симметрические производные в среднем винеровского процесса, введенных в 60-х годах XX века Э.

Нельсоном для нужд построенной им стохастической механики (вариант квантовой механики). Следует отметить, что текущие скорости (симметрические производные в среднем) для случайных процессов являются естественными аналогами физической скорости детерминированных процессов и для их описания не применяется аппарат обобщенных функций.

Отметим, что альтернативный подход к изучению уравнений леонтьевского типа со случайными возмущениями, использующий текущие скорости случайных процессов, был предложен в работах А.Л. Шестакова и Г.А. Свиридюка.

Из изложенного выше следует, что актуальность и важность рассматриваемой в диссертации темы не вызывает сомнений.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и списка литературы. Во введении аргументируется актуальность исследуемой темы и приводится краткое описание диссертации.

В первой главе излагаются предварительные сведения из теории производных в среднем и теории матриц. Описано преобразование В.Ф. Чистякова для пучков переменных вещественно-аналитических и C^∞ -гладких матриц.

Во второй главе сначала приводится доказательство леммы о вычислении симметрических производных в среднем высших порядков от винеровского процесса. Затем изучаются вопросы о приведении уравнений леонтьевского типа со случайными возмущениями к каноническому виду. Для этого сначала применяются преобразования Кронекера-Вейштрасса для различных пучков постоянных матриц (регулярных и сингулярных), после чего строится новая метрика пространства, в которой, как выясняется, рассматриваемые уравнения принимают канонический вид. Далее, для систем леонтьевского типа с различными типами постоянных матриц коэффициентов и со случайными возмущениями в правой части приводится вывод аналитических формул для решений в терминах производных в среднем случайных процессов.

Третья глава посвящается случаю, когда в правой части системы со случайными возмущениями присутствуют импульсные воздействия вида $\frac{d\zeta(t)}{dt}$, где $\zeta(t, \omega) = \sum_{k=1}^N \tilde{\zeta}_k(\omega) \chi(t - t_k)$, $0 \leq t \leq T$, $0 < t_1 < \dots < t_N < T$, χ – функция Хевисайда, $\tilde{\zeta}_k(\omega)$ – случайные величины со значениями в R^n . Уравнения леонтьевского типа с импульсными воздействиями имеют многочисленные приложения в экономике, в частности в работах Л.А. Власенко и др. при математическом моделировании динамики корпораций

предприятий при использовании инвестирования. Для рассматриваемых в этой главе уравнений с регулярным и сингулярным пучками постоянных матриц с применением результатов предыдущей главы при $0 < t < T$ получены аналитические формулы для решений в терминах симметрических производных в среднем винеровского процесса.

Дифференциальным уравнениям леонтьевского типа со случайными возмущениями с матрицами коэффициентов, зависящими от времени, посвящается четвертая глава. Рассматриваются следующие два случая. В первом случае изучаются системы с вещественно-аналитическими и с C^∞ -гладкими пучками квадратных матриц, для которых выполняются условия теорем В.Ф. Чистякова о преобразовании пучков переменных матриц. Предполагается, что матрицы коэффициентов систем уже приведены к каноническому виду. Для таких систем доказаны теоремы о разрешимости и получены формулы для решений в терминах производных в среднем случайных процессов. Во втором случае исследуются системы со случайными возмущениями с прямоугольными непрерывными матрицами коэффициентов. Для исследования таких систем диссертантом приводится модификация метода, который предложен в работах Ю.Е. Бояринцева, В.Ф. Чистякова для исследования алгебро-дифференциальных систем без случайных возмущений в правой части. В итоге для рассматриваемых систем сформулированы необходимые и достаточные условия существования решений, достаточные условия существования решений, а также выведены новые формулы для вычисления решений.

В пятой главе вводятся дифференциальные уравнения леонтьевского типа в терминах текущих скоростей решения. Доказаны теоремы существования решений для этих уравнений.

По диссертационной работе имеются следующие пожелания и замечания:

1. в диссертации на странице 101 в последней формуле опечатка, должно быть так

$$\xi(t) = Y(t)\xi(0) + Y(t) \int_0^t Y^{-1}(s)L^+ f(s)ds + Y(t) \int_0^t Y^{-1}(s) L^+ Ndw(s)$$

2. желательно было бы вычислить формулу для решений дифференциального уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями и импульсными воздействиями в правой части, заданного в гильбертовом пространстве.

Все приведенные в диссертации утверждения являются строго доказанными. Основные результаты диссертации прошли апробацию на ряде конференций и получили одобрение ведущих специалистов. Результаты


полно и своевременно опубликованы в 15 научных работах, 5 из которых – в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа носит теоретический характер. Ее ценность определяется тем, что все результаты получены автором впервые и послужат основой для дальнейших исследований задач, связанных с дифференциальными уравнениями леонтьевского типа.

Характер представления материала в диссертации хорошо продуман, содержание работы изложено понятно и с достаточной степенью подробности.

Диссертация «Дифференциальные уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями» удовлетворяет всем требованиям п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Машков Евгений Юрьевич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук ар специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.



Турбин Михаил Вячеславович
Кандидат физико-математических
наук, 01.01.02, доцент, ведущий
научный сотрудник НИИ математики
Воронежского государственного
Университета

394006, Воронеж, Университетская
пл. 1. Тел. +79507558604,
e-mail: mrmike@math.vsu.ru



федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ВГУ»)	
Подпись	<i>Турбина М.В.</i>
заверяю	<i>Сер. Селезнева</i>
11.03.2016	
подпись, расшифровка подписи	